

**Studentská tvůrčí a odborná činnost
STOČ 2017**

Inverzné kyvadlo

Bc. Peter BAKARÁČ

Fakulta chemickej a potravinárskej technológie STU v Bratislave,
Radlinského 9
812 37 Bratislava
Slovenská republika

20. dubna 2017

FAI UTB ve Zlíně

Anotácia

Balančné systémy sú prirodzene nestabilné procesy s rýchlou dynamikou. Ich modelovanie a riadenie je preto o to náročnejšie, dôsledkom čoho sú zaujímavé nie len z pohľadu teórie riadenia ale aj informatizácie procesov, pretože sú kladené požiadavky na spoľahlivú a rýchlu výpočtovú schopnosť hardvéru. Balančné systémy sa dajú nájsť v rôznych výrobkoch ako sú Hoverboard, Segway a pod. Riadiace algoritmy v týchto procesoch majú teda popri edukačnom aj praktický význam.

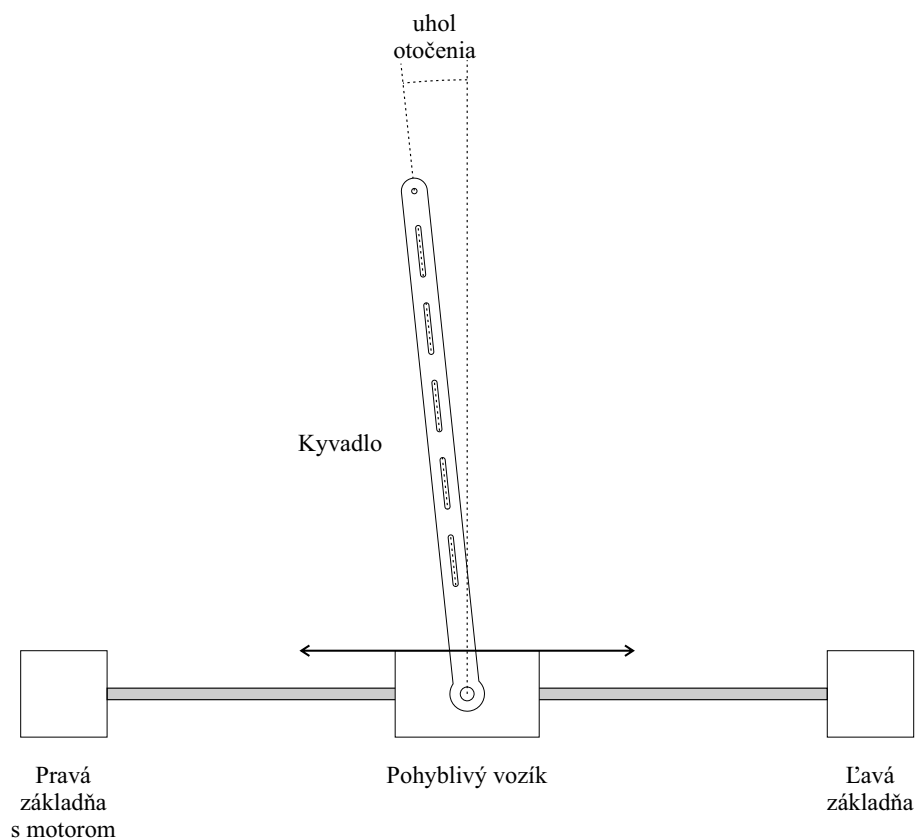
Cielom tohoto projektu je vytvoriť jeden takýto balančný systém, konkrétne laboratórny proces inverzného kyvadla. Navrhnuť a zhotoviť potrebnú konštrukciu, použiť dostatočne výkonný akčný člen, presné senzory uhlu otočenia kyvadla, mikrokontrolér a ostatné periférne elektronické časti. Ďalšou úlohou projektu je nájsť vhodný matematický model procesu, navrhnuť podľa neho regulátor a implementovať toto riadenie na reálny proces.

Obsah

1	Inverzné kyvadlo	3
2	Konštrukcia laboratórneho procesu inverzného kyvadla	4
2.1	Návrh konštrukcie	4
2.2	Akčný člen	6
2.3	Senzory	6
2.4	Elektronické časti	6
3	Dynamický matematický model	7
4	Návrh PID regulátora a jeho implementácia	8
	Záver	10

1 Inverzné kyvadlo

Zrejme už asi každý z nás sa stretol s pojmom kyvadlo. Jeho asi najbežnejšie využitie bolo v kyvadlových hodinách, kde slúžilo ako mechanický oscilátor, ekvivalent k dnešným kryštalickým oscilátorom v elektronike. Kyvadlo je teda pevný objekt, ktorý je schopný konať húpavý pohyb okolo pevnej vodorovnej osi, neprechádzajúcej jeho ťažiskom. Inverzné kyvadlo je principiálne podobné tomu klasickému, s tým rozdielom, že je inverzne otočené. Inverzné kyvadlo však už nekoná húpavý pohyb ale má tendenciu spadnúť na jednu alebo druhú stranu. Ak sa však os kyvadla stane pohyblivou v jednom smere, je možné pohybom osi kompenzovať pád kyvadla a udržať ho tak vo vertikálnej pozícii, teda v jeho rovnovážnej, nestabilnej polohe. Z toho vyplýva, že je to prirodzene nestabilný systém a úlohou riadenia tohto procesu je akčným zásahom meniť polohu osi inverzného kyvadla tak, aby nedošlo k jeho pádu na stranu.



Obrázok. 1: Inverzné kyvadlo

2 Konštrukcia laboratórneho procesu inverzného kyvadla

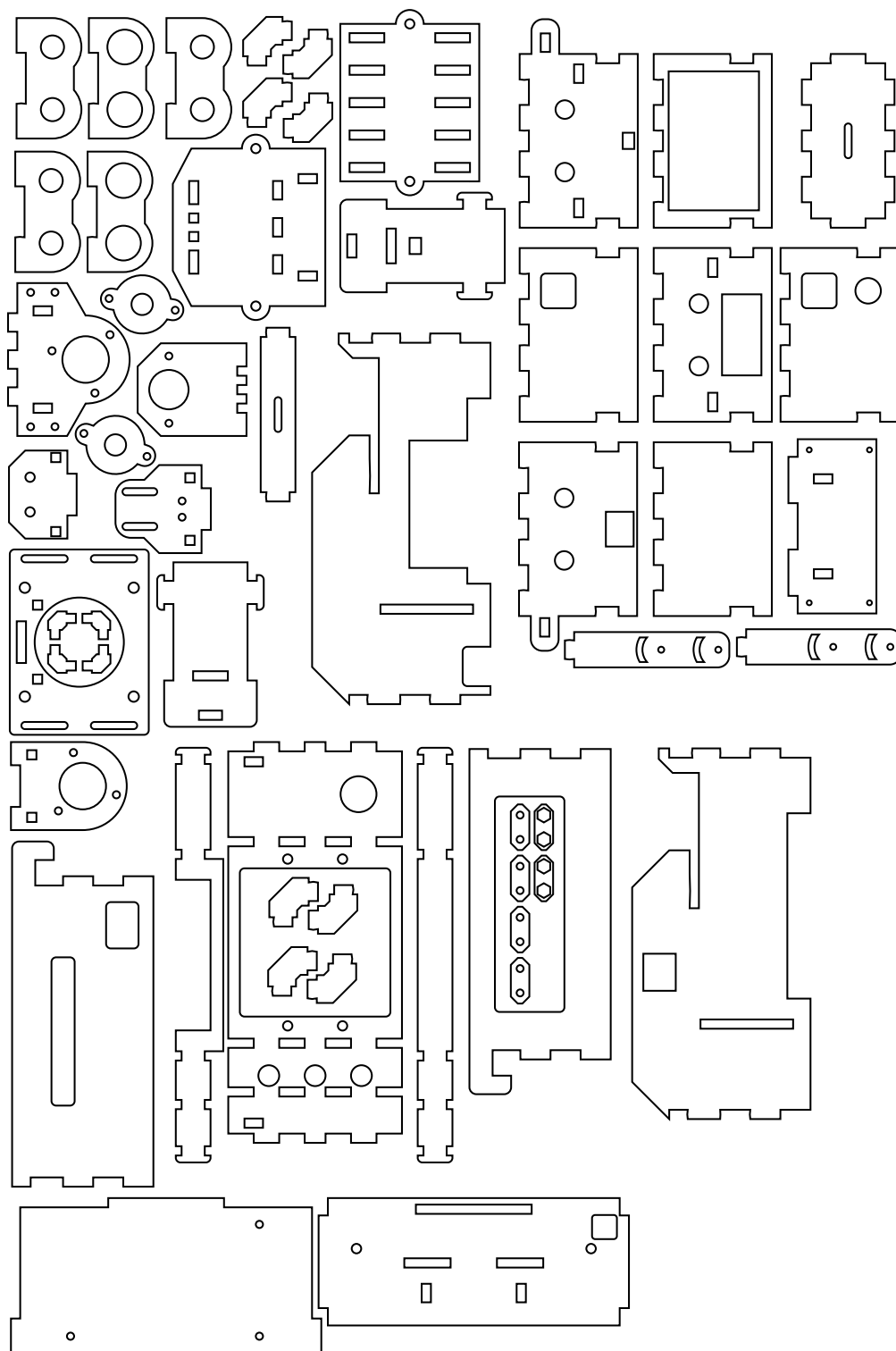
Laboratórny proces inverzného kyvadla pozostáva z viacerých častí ako sú konštrukcia, pohon, senzory a mikroovládač. Konštrukcia slúži ako podpora pre motor a vodiace tyče po ktorých sa hýbe vozík do ľava a do prava. Pohonom rozumieme sústavu pozostávajúcu z motora až po vozík, jednoducho celok, ktorý zaisťuje a koná pohyb. Senzory slúžia na zber dát potrebných na riadenie tohto procesu a mikroovládač tieto dáta spracúva a vyhodnocuje akčný zásah do procesu.

2.1 Návrh konštrukcie

Návrh konštrukcie je časť práce vyžadujúca najviac kreativity, pretože ponúka vysokú mieru voľnosti. Jediné, čomu sa musí prispôbiť sú použité elektronické komponenty. V tomto prípade boli súčasťou konštrukcie navrhnuté na mieru a následne vyrezané do MDF dosky s hrúbkou 4 mm. Návrh je vo forme vektorových kriviek, ktoré je možné vyrezať do spomenutej dosky na laserovom CNC prístroji. Jednotlivé časti do seba zapadajú ako puzzle, čo uľahčuje a zrýchľuje stavbu zariadenia. Delí sa na dve časti, ktoré sú spojené vodiacími tyčami, po ktorých sa pohybuje vozík. Na jednej strane je umiestnený krokový motor, ovládač krokového motora a programovateľný mikroovládač, ktorým táto časť konštrukcie slúži aj ako kryt.

Pri návrhu konštrukcie bol použitý program na tvorbu vektorovej grafiky, CorelDRAW X7. Ako vyzerá návrh vo vektorovej grafike je možné vidieť na obrázku 2.

Návrh konštrukcie vyžadoval znalosť rozmerov všetkých použitých komponentov ako napríklad krokový motor či mikroovládač, kde boli dôležité vzájomné vzdialenosti dier na skrutky. Iné požiadavky na rozmery konštrukcie neboli. Na jednej strane to bola výhoda, pretože tu bola istá voľnosť, na strane druhej táto voľnosť vyžadovala detailné premyslenie celej konštrukcie. Všetky časti konštrukcie museli korešpondovať s ostatnými, s ktorými boli spojené či v nejakom funkčnom vzťahu. Návrh jedného objektu teda závisel na ďalších a tie zasa na ňom.



Obrázok. 2: Kompletný návrh konštrukcie vo vektorovej grafike

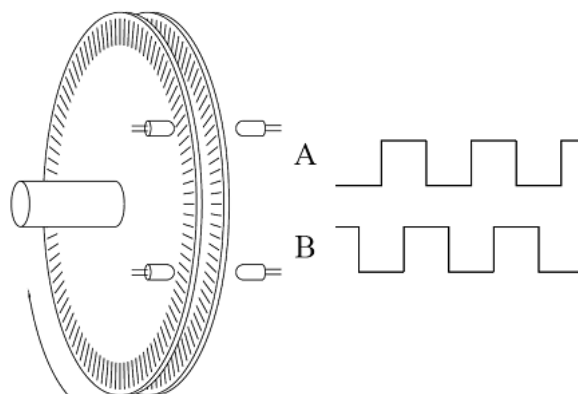
2.2 Akčný člen

Akčným členom v tomto procese je krokový motor, ktorý rotačným pohybom ťahá ozubený pás jedným alebo druhým smerom a ten potom tento pohyb prenáša na vozík. Motor je umiestnený na ľavej strane konštrukcie.

2.3 Senzory

Rotačný enkodér

Rotačný enkodér je senzor, ktorý je v tomto procese použitý na meranie uhla náklonu kyvadla a na snímanie pozície vozíka. Princípiálne sa jedná o dvojicu optických závor a priehľadný kruh, ktorý má po svojom obvode pruhovanie. Od hustoty tohto pruhovania závisí presnosť, resp. rozlíšenie enkodéra. Pri rotácii kruhu dochádza k pohybu pruhovania cez optozávory. Tieto optozávory potom vysielajú binárny signál 1 a 0. Rozostup optozávora je taký, aby bol signál z druhej optozávory posunutý tak, ako je ilustrované na obrázku 3. Na základe týchto impulzov je možné určiť ktorým smerom a o aký uhol sa kruh otočil.



Obrázok. 3: Rotačný enkodér

2.4 Elektronické časti

Mikroovládač

Riadiacou elektronikou inverzného kyvadla je mikroovládač založený na procesore ATmega2560. Je to 8 bitový, programovateľný mikroovládač s 54 binárnymi vstupno-výstupnými pinmi a 16 analógovými vstupmi. Tento mikroovládač prijíma signály z rotačných enkodérov a limitných spínačov, ktoré indikujú krajnú polohu vozíka. Tieto signály ďalej spracuje, teda vyhodnotí uhol otočenia kyvadla, jeho uhlovú rýchlosť a zrýchlenie, pozíciu vozíka a prípadné stlačenie limitných spínačov. Tieto veličiny sú potom pripravené pre riadiace algoritmy. Tie môžu byť aplikované priamo v tomto mikroovládači alebo v PC s ktorým dokáže mikroovládač komunikovať cez sériovú linku.

3 Dynamický matematický model

Všeobecný matematický model inverzného kyvadla:

$$F = (M + m)\ddot{x} - ml\ddot{\Theta}\cos(\Theta) + ml\dot{\Theta}^2\sin(\Theta) \quad (3.1)$$

$$0 = -\ddot{x}ml\cos(\Theta) + ml^2\ddot{\Theta} - gml\sin(\Theta) \quad (3.2)$$

kde:

m - [kg] hmotnost závažia na konci kyvadla (nie je náš prípad)

M - [kg] hmotnosť vozíka

l - [m] dĺžka kyvadla

F - [$m \cdot s^{-2}$] vonkajšia sila pôsobiaca na vozík

\ddot{x} - [$m \cdot s^{-2}$] zrýchlenie vozíka

Θ - [rad] uhol otočenia kyvadla

$\dot{\Theta}$ - [$rad \cdot s^{-1}$] uhlová rýchlosť

$\ddot{\Theta}$ - [$rad \cdot s^{-2}$] uhlové zrýchlenie

S ohľadom na fyzikálne špecifikácie fyzického modelu - použitie krokového motora ako akčného člena, nám dovoľuje zanedbať dynamiku vozíka, pretože je možné priamo riadiť jeho zrýchlenie. Teda použijeme len rovnicu 3.2, ktorá je všeobecná a na to, aby sa stala našim matematickým modelom, je potrebné do nej zakomponovať moment zotrvačnosti kyvadla uniformného tvaru.

Dynamický matematický model inverzného kyvadla:

$$0 = -\ddot{x}ml\cos(\Theta) + (I + ml^2)\ddot{\Theta} - gml\sin(\Theta) \quad (3.3)$$

kde:

$I = \frac{ml^2}{3}$, [kg.m²] moment zotrvačnosti kyvadla

po úprave dostaneme výsledný dynamický matematický model:

$$\frac{d\dot{\Theta}}{dt} = \frac{3}{4l}\ddot{x}\cos(\Theta) + \frac{3g}{4l}\sin(\Theta) \quad (3.4)$$

s nulovými počiatočnými podmienkami.

4 Návrh PID regulátora a jeho implementácia

Na syntézu PID regulátora je potrebné mať matematický model v jeho linearizovanej podobe. Keďže účelom riadenia je stabilizovať kyvadlo vo vertikálnej polohe, môžeme si túto polohu zvoliť ako linearizačný bod:

$$\begin{aligned}\Theta^s &= 0 \quad rad \\ \ddot{x}^s &= 0 \quad ms^{-2}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Linearizovaný model:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3g}{4l} & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{4l} \end{pmatrix}, C = (1 \ 0), D = (0)$$

Prenos systému ($l = 0.42m$):

$$G(s) = \frac{3.5710}{s^2 - 35.02}\tag{4.2}$$

PID regulátor bol navrhnutý pomocou metódy umiestnenia pólov. Póly procesu sú $s = 5.9181$ a $s = -5.9181$. Jeden koreň je kladný, čo potvrdzuje správnosť tvrdenia, že proces je nestabilný. Keďže navrhujeme PID regulátor, póly budú tri a umiestnime ich tak, aby uzavretý regulačný obvod bol rýchlejší ako pôvodný proces a stabilný. Póly musia byť teda záporné a ďalej od nuly, teda napríklad $[-7 \ -6.5 \ -6]$.

Metóda umiestnenia pólov:

$$G_R(s) = K_p \left(1 + \frac{K_i}{s} + K_d s \right)\tag{4.3}$$

$$1 + G(s)G_R(s) = 0\tag{4.4}$$

$$1 + \frac{3.5710K_p}{s^2 - 35.02} \left(1 + \frac{K_i}{s} + K_d s \right)\tag{4.5}$$

$$s^3 + 3.5710K_p K_d s^2 + (3.7510K_p - 35.02)s + ZK_p K_i = 0\tag{4.6}$$

Konštanty regulátora sa vypočítajú porovnaním koeficientov polynómu so želanými pólmi.

$$K_p = 45.2266, K_i = 1.6902, K_d = 0.1207$$

Navrhnutý regulátor je implementovaný do programovatelného mikrovládača, ktorý pracuje s periódou vzorkovania 8 ms. Regulátor preto musí byť v inkrementálnej, diskkrétnej forme:

$$u_k = u_{k-1} + Kp \left[\left(1 + \frac{\Delta t}{k_i} + \frac{k_d}{\Delta t} e_k \right) + \left(-1 - \frac{2k_d}{\Delta t} \right) e_{k-1} + \frac{k_d}{\Delta t} e_{k-2} \right] \quad (4.7)$$

Každú jednu periódou vzorkovania je potrebné načítať uhol otočenia kyvadla, vypočítať jeho odchýlku od referenčnej polohy, vypočítať akčný zásah do procesu v podobe zrýchlenia vozíka, prepočítať ho na rýchlosť a nakoniec rýchlosť prepočítať na frekvenciu pulzov pre krokový motor.

$$e_k = w - y_k$$

$$u_k = u_{k-1} + Kp \left[\left(1 + \frac{\Delta t}{k_i} + \frac{k_d}{\Delta t} e_k \right) + \left(-1 - \frac{2k_d}{\Delta t} \right) e_{k-1} + \frac{k_d}{\Delta t} e_{k-2} \right]$$

$$v_k = u_k \Delta t + v_{k-1}$$

$$f = v_k / P$$

$$u_{k-1} = u_k$$

$$v_{k-1} = v_k$$

$$e_{k-2} = e_{k-1}$$

$$e_{k-1} = e_k$$

kde:

$k = 1, 2, \dots, N$ - perioda vzorkovania

w - referenčná poloha kyvadla

y_k - uhol otočenia kyvadla (v dynamickom modeli: Θ)

u_k - akčný zásah do procesu (v dynamickom modeli: \ddot{x})

e_k - regulačná odchýlka

Δt - perioda vzorkovania (8ms)

P - konštanta na prepočet rýchlosti na frekvenciu

f - frekvencia pulzov

Záver

Výsledkom projektu je funkčný laboratórny proces inverzného kyvadla.

Konštrukcia bola od základov vymyslená a ďalej navrhnutá vo vektorovej grafike. Tieto návrhy boli potom vyrezané laserovým CNC prístrojom do dosky MDF. Použitý akčný člen je dostatočne silný a rýchly nato, aby dokázal efektívne zasahovať do procesu. Na snímanie uhlu otočenia kyvadla a polohy vozíka boli použité zapuzdrené rotačné enkodéry, ktoré poskytujú nezašumenú, presnú informáciu o stave snímaných veličín. V prípade zlyhania algoritmov sú na okrajoch zariadenia limitné spínače, ktoré detekujú prítomnosť vozíka v krajnej polohe a aby neprišlo k poškodeniu zariadenia nárazom vozíka do jednej zo strán, vyšlú signál do ovládača krokového motora, aby tento motor zastavil.

Na základe matematického modelu bol navrhnutý PID regulátor, ktorý bol implementovaný priamo do riadiaceho mikroprocesora.

Budúca práca na tomto projekte zahŕňa návrh sofistikovanejších riadiacich algoritmov, ktoré by určitým spôsobom riadili nie len náklon kyvadla, ale aj polohu vozíka.